Übungen

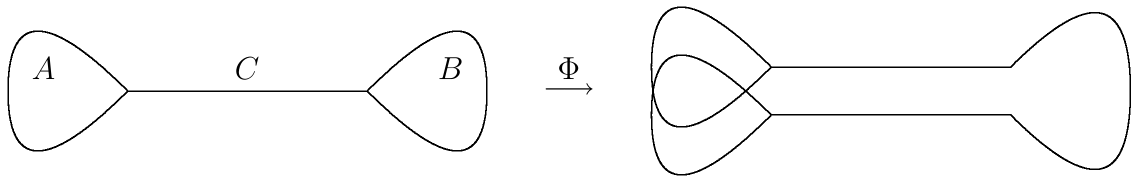
Dynamischen Systeme II

Karsten Matthies, Stefan Liebscher

Abgabe: Donnerstag, 12.6.2003, in der Vorlesung

Aufgabe 25: Versuche, den folgenden Graphen wie beim Plykin-Attraktor durch eine stetige Abbildung Φ zu realisieren:

$$\begin{array}{rcl} A & \to & A \\ B & \to & A \\ C & \to & C + B - C \end{array}$$



Warum erhält man auf diese Weise keinen hyperbolischen Attraktor?

Aufgabe 26: Zeige, dass bei der Hopseball-Abbildung

$$\begin{array}{rcl} \varphi_{j+1} & = & \varphi_j + v_j, \\ v_{j+1} & = & \alpha v_j - \gamma \cos(\varphi_j + v_j) \end{array}$$

mit $\alpha < 1$ das Gebiet

$$D = \left\{ (\varphi, v) \in S^1 \times \mathbb{R} \,:\, |v| \leq 1 + \frac{\gamma}{1-\alpha} \right\}$$

positiv invariant ist, und dass jeder Orbit schließlich nach D gelangt.

Aufgabe 27: Wir versuchen, den Poincaré-Bendixson Satz für Differentialgleichungen im $\mathbb{R}^3$ zu retten, indem wir zulassen, dass die ω-Limesmenge ein Gleichgewicht, einen periodischen Orbit oder einen invarianten Torus enthält. Warum ist der Poincaré-Bendixson Satz in dieser Variante immernoch falsch (Gegenbeispiel)?

Aufgabe 28: Untersuche mit `DS-TOOL` die Hénon-Abbildung

$$\begin{array}{rcl} x_{j+1} & = & 1 - \alpha x_j^2 + \beta y_j, \\ y_{j+1} & = & x_j \end{array}$$

mit Parameterwerten $\alpha = 1.4$ und $\beta = 0.3$. Plotte den (oberen) Fixpunkt und seine invarianten Mannigfaltigkeiten. Vergrößere anschließend um den Fixpunkt herum. Glaubensfrage: Sind die invarianten Mannigfaltigkeiten eingebettet (vgl. Aufgabe 21)?