Übungen

Partielle Differentialgleichungen I

Karsten Matthies, Marc Georgi, Nihar Jangle

Abgabe: Dienstag, 13.1.2004, 15 Uhr, R 107

Aufgabe 31: Sei $k = 0, 1, 2, \ldots$ und $0 < \gamma \leq 1$. Zeige $C^{k,\gamma}(\bar{U})$ ist ein Banachraum.

Aufgabe 32: Sei $0 < \beta < \gamma \leq 1$. Beweise die Interpolationsungleichung

$$\|u\|_{C^{0,\gamma}(\bar{U})} \leq \|u\|_{C^{0,\beta}(\bar{U})}^{\frac{1-\gamma}{1-\beta}} \|u\|_{C^{0,1}(\bar{U})}^{\frac{\gamma-\beta}{1-\beta}}.$$

Aufgabe 33:

a) Seien $U, V \subset \mathbb{R}^n$ offene Mengen mit $U \subset V$ und $\bar{U} \subset V$ kompakt. Zeige es gibt eine glatte Funktion ζ, so dass $\zeta \equiv 1$ in V und $\zeta = 0$ nahe ∂U. *Hinweis:* Wähle $V \subset W \subset U$ und glätte die charakteristische Funktion χ_W.

b) Sei U offen und beschränkt und $\bar{U} \subset \cup_{i=1}^N V_i$ mit V_i offen. Zeige es gibt C^∞ Funktionen $\zeta_i (i = 1, \ldots, N)$, so dass

$$0 \leq \zeta_i \leq 1, \operatorname{supp} \zeta_i \subset V_i (i = 1, \ldots, N)$$
$$\sum_{i=1}^N \zeta_i = 1 \text{ in } U$$

Aufgabe 34: Sei $U \subset \mathbb{R}^n$ beschränkt, zeige für $m \geq 1$ gilt:

$$W^{m,p}(U) \neq W_0^{m,p}(U).$$