Übungen

Partielle Differentialgleichungen I

Karsten Matthies, Marc Georgi, Nihar Jangle

Abgabe: Dienstag, 20.1.2004, 15 Uhr, R 107

Aufgabe 35: Sei $U \subset R^N$ zusammenhängend und offen, $u \in H^1(U)$ erfülle

$$Du = 0 \text{ fastüberall.}$$

Zeige, dass u konstant ist.

Aufgabe 36: Sei $u \in W^{1,p}(0,1)$ für ein $1 < p < \infty$. Zeigen Sie, dass dann $u \in C^{0,\alpha}(0,1)$ ist, mit $\alpha = 1 - \frac{1}{p}$.

Aufgabe 37: Zeige, dass für $1 < n$ und $U = B^0(0,1)$ die unbeschränkte Funktion $u = \log(\ \log(1 + \frac{1}{|x|}))$ in $W^{1,n}(U)$ liegt.

Aufgabe 38: Zeige mit Hilfe partieller Integration zunächst für $u \in C_0^\infty(U)$, dass

$$\int_U |Du|^2 dx \leq C(\int_U u^2)^{\frac{1}{2}}(\int_U |D^2u|^2 dx)^{\frac{1}{2}}$$

gilt. Beweise dann diese Ungleichung für $u \in H^2(U) \cap H_0^1(U)$.

Allgemeiner Hinweis: Approximiere $W^{k,p}(U)$ Funktionen durch $C^\infty(U)$ Funktionen.