

1. ÜBUNGSBLATT ZUR VORLESUNG DYNAMISCHE SYSTEME I

ABGABE AM 04.05.2006 IN DER VORLESUNG

AUFGABE 1:

- (i) Leonardo von Pisa (auch Fibonacci genannt) stellte vor rund 800 Jahren (!) die folgende Kaninchen-Aufgabe:

Wieviele Nachkommen hat ein neugeborenes Kaninchenpaar, wenn vorausgesetzt wird, dass jedes Kaninchenpaar monatlich ein neues Paar zur Welt bringt, und die Kaninchen vom zweiten Monat nach ihrer Geburt gebären können? (Außerdem sind diese mathematischen Karnickel natürlich unsterblich.)

Stelle eine Rekursionsformel für die Anzahl A_n der Kaninchenpaare zu Beginn des n -ten Monat auf und berechne A_n für $n = 1, 2, 3, \dots, 15$. Starte dabei mit $A_1 = A_2 = 1$.

- (ii) Rita Rechnix behauptet, dass sie A_n mit ihrem Taschenrechner ganz schnell bestimmen kann, indem sie die Zahl $\frac{1}{\sqrt{5}}\phi^n$ zur nächsten ganzen Zahl auf- bzw. abrundet, wobei $\phi := \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ den *goldenen Schnitt* bezeichnet.
Erkläre, warum sie Recht hat.

AUFGABE 2:

Wir betrachten einen Fluss $\Phi(t, x)$ auf der reellen Achse $x \in \mathbb{R}$.

1. Welche α - und ω -Limesmengen können auftreten?
2. Zeichne einige Phasenportraits, die verschiedene mögliche Phänomene zeigen.

Hinweis: Betrachte beschränkte und unbeschränkte Trajektorien.

AUFGABE 3:

Gegeben sei ein Fluss Φ . Die Trajektorie $\Phi_t(x_0)$ durch x_0 sei periodisch mit beliebig kleiner Periode, d.h.

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists 0 < T < \varepsilon \quad \Phi_T(x_0) = x_0$$

Zeige, dass dann x_0 ein Gleichgewicht ist.

AUFGABE 4:

Sei Φ ein Fluss auf $X = \mathbb{R}^n$. Bezeichne

$$S_\vartheta : \mathbb{R} \times X \rightarrow \mathbb{R} \times X, \quad (t, x) \mapsto (t + \vartheta, x)$$

den Zeit-Shift auf dem erweiterten Phasenraum $\mathbb{R} \times X$.

1. Zeige, dass S_ϑ für jedes feste ϑ Integralkurven von Φ in Integralkurven überführt.
2. Wann wird eine Integralkurve durch ein bestimmtes S_ϑ festgelassen? Wann durch alle S_ϑ ?

Bei Fragen:

Jörg Härterich, Raum 136, Tel. 838-75406, haerter@math.fu-berlin.de

WWW-Seite zur Vorlesung:

<http://dynamics.mi.fu-berlin.de/lectures/>