B. Fiedler, J. Härterich
FU Berlin
Sommersemester 2006

4. Übungsblatt zur Vorlesung Dynamische Systeme I

Abgabe bis zum Freitag, 26.05.2006

Aufgabe 13:
Betrachte das gedämpfte Pendel
$$\ddot{x} + \mu\dot{x} + \sin x = 0,$$
mit $\mu > 0$. Zeige, dass die Energie
$$H(x, \dot{x}) = \frac{1}{2}\dot{x}^2 - \cos x$$
entlang Trajektorien *streng* monoton fällt, außer in den Ruhelagen.

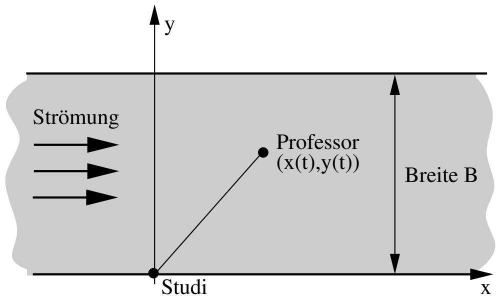
Freiwilliger Zusatz: Visualisiere die zugehörigen Phasenportraits mit `DSTOOL` **oder** `MATLAB`. Die Programme können auf den Linux-Rechnern am Fachbereich über das Kommando `dstool` bzw. `matlab` gestartet werden. Abzugeben ist ein Ausdruck mit mehreren Trajektorien für $\mu = 0.1$ sowie ein Ausdruck des Matlab-Programms bzw. Dstool-Modellfiles.

Aufgabe 14:
Löse die folgenden Anfangswertprobleme durch „Trennung der Variablen“:

1. $\dot{x} = x^2 e^t, \qquad x(0) = 1,$
2. $\dot{\varphi} = \cos^2(\varphi), \qquad \varphi(0) = \frac{\pi}{4}.$

Wie groß ist jeweils das maximale Existenzintervall der Lösung ?

Aufgabe 15:
Professor Dynamix ist in einen Fluss der Breite B gestürzt, der mit reissender, aber konstanter Geschwindigkeit 1 in Richtung der x-Achse fließt. Mit letzter Kraft und ebenfalls konstanter Geschwindigkeit c schwimmt er immer auf seinen Studi zu, der vom Ursprung am anderen Ufer aus gespannt zuschaut und sich nicht von der Stelle rührt (siehe Skizze).
Schafft es Professor Dynamix, ans andere Ufer zu gelangen ? Welche Bahn schwimmt er ? Wann kommt er an ?



Aufgabe 16:
Zeichne (von Hand) die Trajektorien von
$$\ddot{x} + V'(x) = 0,$$
für

(i) $V(x) = \frac{1}{2}x + \sin x$

(ii) das Lenard-Jones-Potenzial $V(x) = x^{-12} - x^{-6}$ und $x > 0$