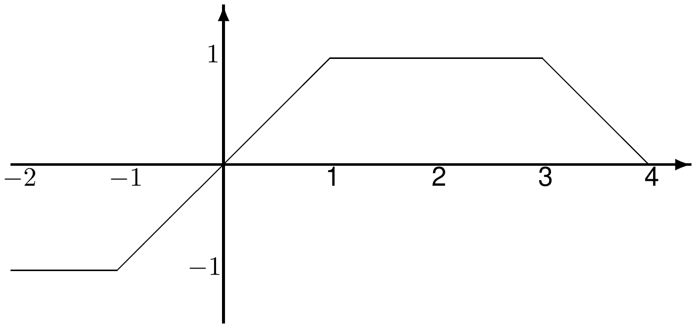
M. GEORGI
WS 2007/08

8. Übungsblatt zur Vorlesung Mathematik für Geologen

ABGABE AM DONNERSTAG IM TUTORIUM AM 20. DEZEMBER

AUFGABE 28
Stellen Sie das Taylorpolynom 2. Grades für $f(x) = 1/\sqrt{1+x}$ im Entwicklungspunkt $x_0 = 0$ auf und bestimmen Sie damit Näherungen für $1/\sqrt{1.1}$ und $1/\sqrt{0.9}$.

AUFGABE 29
Sei $f : [-2, 4] \to \mathbb{R}$ die Funktion, deren Graph so aussieht:



a) Wie groß ist $\displaystyle\int_{-2}^{4} f(x)\,dx$?

b) Berechnen Sie:

$$\int_{-\pi}^{\pi} (t + \sin t)\,dt, \qquad \int_{0}^{\pi} \sin(2x + c)\,dx, \qquad \int_{0}^{1} x^2 e^{x^3}\,dx, \qquad \int_{-1/2}^{1/2} \frac{du}{1+u}.$$

AUFGABE 30
Bestimmen Sie:

$$\int (x^3 + 5)\,dx, \qquad \int y(1-y)^2\,dy, \qquad \int t\cos t\,dt, \qquad \int x\sqrt{x^2-4}\,dx.$$

AUFGABE 31
Strömt eine Flüssigkeit durch eine zylindrische Röhre mit dem Radius R, ohne dabei Wirbel zu erzeugen, so ist die Geschwindigkeit v (in m/sec) eines Punktes, der den Abstand r von der Mittelpunktachse besitzt, gegeben durch

$$v(r) = \frac{p}{4\eta l}(R^2 - r^2).$$

Hierbei ist p der Druckunterschied zwischen den Rohrenden (in Pa), l die Länge der Röhre (in m) und η die Viskosität der strömenden Flüssigkeit (in $\mathrm{Pa} \cdot \mathrm{sec}$). Für das Volumen $V(t)$, welches bis zum Zeitpunkt t durch die Röhre geflossen ist, ergibt sich dann

$$V(t) = \int_0^R 2\pi r t v(r)\,dr.$$

i) Berechnen Sie $V(t)$.

ii) Realistische Werte für menschliche Blutgefäße sind $l = 0.02$ m, $R = 8 \cdot 10^{-5}$ m und $p = 400$ Pa; menschliches Blut hat eine mittlere Viskosität von $0.0027\ \mathrm{Pa} \cdot \mathrm{sec}$. Wieviel Blut fließt pro Minute durch ein derart dimensioniertes Gefäß?

iii) Um wieviel Prozent vermindert sich die pro Zeiteinheit durchfließende Blutmenge, wenn R aufgrund von Ablagerungen an der Gefäßwand um 20 % verkleinert ist?