

## 7. Übungsblatt zur Vorlesung Mathematik für Geologen

ABGABE AM DONNERSTAG IM TUTORIUM AM 13. DEZEMBER

### AUFGABE 24

Ein Fisch schwimmt stromaufwärts mit einer Geschwindigkeit von  $v$  relativ zum Wasser; dieses habe eine Strömungsgeschwindigkeit von  $v_1$  relativ zum Boden. Der Fisch möchte ein Ziel im Abstand  $s$  erreichen; die dafür benötigte Zeit sei  $t$ . Experimente zeigen, dass die Energie, die der Fisch dafür aufwenden muss, durch die Formel  $E = cv^k t$  mit gewissen Konstanten  $c > 0$  und  $k > 2$  ( $k$  hängt von der Form des Fisches ab) beschrieben werden kann.

- i) Schreiben Sie bei gegebenem  $v_1$  und  $s$  die Größe  $E$  als Funktion von  $v$ . Schreiben Sie dazu noch die Zeit  $t$  als Funktion von  $s, v, v_1$ .
- ii) Für welchen Wert von  $v$  wird die Energie minimal? Bestimmen Sie also die Minima (bzw. das Minimum) der Funktion  $E(v)$ .

### AUFGABE 25

Die potentielle Energie eines zweiatomigen Moleküls ist

$$U = U(r) = A(b/r^{12} - 1/r^6),$$

wo  $A$  und  $b$  positive Konstanten sind und  $r$  der Abstand der beiden Atome.

- i) Bestimmen Sie  $\lim_{r \rightarrow 0} U(r)$  und  $\lim_{r \rightarrow \infty} U(r)$  (also bestimmen Sie, ob  $U(r) \rightarrow +\infty$  oder ob  $U(r) \rightarrow -\infty$  für  $r \rightarrow 0$ ).
- ii) Welcher Wert für  $r$  minimiert  $U$ ? Berechnen Sie noch  $U(r)$  für diesen Wert!

### AUFGABE 26

Ein Körper verliert durch Abstrahlung um so weniger Wärme, je kleiner die Oberfläche ist. Wie hat man infolgedessen eine Säule mit quadratischer Grundfläche und dem Volumen  $V$  zu dimensionieren, damit der Wärmeverlust minimal ist?

### AUFGABE 27

Bestimmen Sie die lokalen Maxima und Minima der Funktion  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = xe^x$ .