

4. Übungsblatt zur Vorlesung Mathematik für Geologen

ABGABE IM TUTORIUM AM 18. NOVEMBER

AUFGABE 12

Die Menge $M(t)$ einer radioaktiven Substanz zur Zeit t verringert sich durch Zerfall gemäß

$$M(t) = M_0 e^{-\lambda t}.$$

Dabei ist M_0 die Menge zur Zeit $t = 0$ und $\lambda > 0$ die Zerfallskonstante der Substanz. Die *Halbwertszeit* T der Substanz ist die Zeitspanne zwischen zwei Zeitpunkten t_1 und t_2 , in der die Hälfte der Substanz zerfällt. Zeigen Sie

$$T = \frac{\ln 2}{\lambda};$$

insbesondere ist T unabhängig von M_0 und t_1 .

AUFGABE 13

(Die ^{14}C -Methode)

Ist von einer radioaktiven Substanz die Zerfallskonstante λ oder die Halbwertszeit T bekannt und kennt man von einer Probe $M(t_0)$ und M_0 (Masse der radioaktiven Substanz zum Zeitpunkt t_0 bzw. 0) oder aber das Verhältnis $M(t_0)/M_0$, so kann man das Alter einer Probe bestimmen (radiometrische Altersbestimmung). Dieses Verfahren wird je nach Situation und Art des Atomzerfalls unterschiedlich ausgenutzt und unterliegt diversen Einschränkungen; z.B. sind häufig Messungen direkt am Objekt nicht möglich, und man muß geeignete benachbarte Proben nehmen. Auch ist die schätzbare Zeit auf etwa 10 Halbwertszeiten des beteiligten Isotops limitiert, denn nach dieser Zeit sind nur noch ca. 0.1 % des Ausgangsmaterials vorhanden.

Ein in der Praxis wichtiges Verfahren ist die ^{14}C -Methode. Dieses um 1949 von Walter Libby entdeckte Verfahren gründet sich auf folgende Beobachtungen: In der Erdatmosphäre werden durch kosmische Strahlung, die ständig die Atmosphäre bombardiert, Neutronen produziert, die sich mit Stickstoff verbinden, wobei ein Proton und ^{14}C entstehen. Dieser Kohlenstoff wird radioaktiver Kohlenstoff oder Radiokohlenstoff genannt, da er radioaktiv zerfällt. Das Verhältnis $^{14}\text{C}/^{12}\text{C}$ in der Atmosphäre ist dabei konstant. Das trifft ebenso auf lebendige Materie zu, denn der radioaktive Kohlenstoff ist in Kohlendioxid enthalten und bewegt sich daher durch die Atmosphäre, wobei er von Pflanzen absorbiert wird. Die Tiere wiederum nehmen ihn durch Fressen der Pflanzen in ihr Gewebe auf. In lebendem Gewebe wird die Aufnahme von ^{14}C gerade durch seine Zerfallsrate ausgeglichen. Stirbt aber ein Organismus, so findet keine Aufnahme von ^{14}C mehr statt; die ^{14}C -Konzentration beginnt durch Zerfall des vorhandenen Kohlenstoffs zu sinken.

Anwendung: Wann entstanden die Wandmalereien in der Lascaux-Höhle in Frankreich? Man hat bei der Entdeckung der Höhle im Jahre 1950 Holzkohlereste gefunden, die von den damaligen Bewohnern stammen dürften und die noch einen Anteil von 14.52 % des ^{14}C -Gehalts von lebendem Holz aufwiesen. Die Halbwertszeit von ^{14}C beträgt 5568 Jahre.

AUFGABE 14

Im Jahre 1972 wurden auf der Erde insgesamt $2.7 \cdot 10^9$ t Mineralöl verbraucht. Die jährliche Wachstumsrate betrug 5.1 %. Der gesamte Vorrat (bekannte und unentdeckte Reserven miteingeschlossen) wird auf $700 \cdot 10^9$ t geschätzt. Wann würden die Vorräte erschöpft sein, vorausgesetzt, die jährliche Wachstumsrate bliebe konstant?¹

¹Tatsächlich hat die Wachstumsrate in den letzten Jahren abgenommen.

AUFGABE 15

Es sei I die Intensität des Sonnenlichts gemessen in Energieeinheiten pro cm^2 pro sec. Wenn ein Blatt einer Pflanze einen Winkel von 60° mit den auftreffenden Strahlen bildet, so wird I gegenüber dem senkrechten Lichteinfall reduziert. Um welchen Faktor?