

## 10. Übungsblatt zur Vorlesung Mathematik für Geologen

ABGABE AM DONNERSTAG IM TUTORIUM AM 17. JANUAR

### AUFGABE 36

Die Wachstumsrate von Fruchtfliegen ist proportional zur Populationsgröße  $P(t)$  zu einer beliebigen Zeit  $t$ .

- Geben Sie die zugehörige Differentialgleichung und ihre allgemeine Lösung an.
- Bestimmen Sie die anfängliche Populationsgröße, wenn bekannt ist, dass die Anzahl der Fruchtfliegen am zweiten Tag des Experiments 100 und am sechsten Tag 400 beträgt. Wie groß ist die Verdoppelungszeit?

### AUFGABE 37

Eine strömende Flüssigkeit hat die konstante Temperatur  $T_u$ . Darin befindet sich ein Körper, dessen Temperatur  $T(t)$  zur Zeit  $t$  sich gemäß der Differentialgleichung

$$T'(t) = k(T_u - T(t)), \quad (1)$$

ändert, wo  $k$  eine positive Konstante ist.

- Wie lautet die Lösungsgesamtheit von (1)?
- Der Faktor  $k$  hängt von Form und Material des Körpers, aber auch von der Beschaffenheit der Flüssigkeit und ihrer Strömungsgeschwindigkeit ab. Für  $k = 0.5 \text{ min}^{-1}$  und  $T_u = 10^\circ \text{ C}$  berechne man die Zeit, die der Körper braucht, um von  $80^\circ \text{ C}$  auf  $20^\circ \text{ C}$  abzukühlen.

### AUFGABE 38

Beim Verlauf einer chemischen Reaktion mit zwei Komponenten bezeichne  $y(t)$  die Konzentration des Ausgangsstoffes A zur Zeit  $t$ . Der Verlauf der Reaktion kann dann durch die Differentialgleichung

$$y'(t) = k(b - y(t))$$

beschrieben werden.

- Wie lautet die Lösungsgesamtheit dieser Gleichung?
- Es sei (in geeigneten Einheiten gemessen)  $b = 1$  und  $k = 2$ . Die Konzentration zum Zeitpunkt  $t = 1$  sei  $y(1) = 10$ . Wie groß war die Anfangskonzentration  $y(0)$ ?

### AUFGABE 39

Wir betrachten die Differentialgleichung

$$y' = ay, \quad a \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \quad (1)$$

- Geben Sie diejenige Lösung  $y(t)$  an, die  $y(1) = 5$  erfüllt.
- Es sei nun  $y(t)$  die Grösse der Weltpopulation zur Zeit  $t$ , wobei  $t$  beliebig gross werden kann. Argumentieren Sie (ohne Formeln), warum Sie in diesem Fall das Modell  $y' = (M - Ly)y$  für geeignete  $M, L > 0$  dem Modell (1) vorzuziehen würden. Oder anders ausgedrückt, warum ist die Modellgleichung (1) nicht für beliebig grosse  $t$  realistisch und warum ist deswegen die Modellgleichung  $y' = (M - Ly)y$  realistischer?