

Übungen zur Vorlesung  
**Analysis I**  
Bernold Fiedler, Hannes Stuke  
<http://dynamics.mi.fu-berlin.de/lectures/>  
**Abgabe: Donnerstag, 17.01.2013, 14.00 Uhr**

Bitte wenigstens zwei der Aufgaben in Zweiergruppen bearbeiten.

**Aufgabe 37:**

Ein Käfer will auf einen Bambus klettern. Da dieser nur einen Meter hoch ist, ist der Käfer frohen Mutes und macht sich auf den Weg. Er klettert jeden Tag einen Zentimeter. Was er nicht weiß ist, dass Bambus nachts einen Meter wächst. Das Wachstum ist gleichmäßig auf den ganzen Bambus verteilt. Kommt der Käfer jemals oben an?

**Aufgabe 38:** Untersuche die folgenden Reihen auf Konvergenz. Berechne ggf. die Grenzwerte.

$$(i) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n-1} \quad (ii) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^2+1} \quad (iii) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4n^2-1} \quad (iv) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{5^n}$$

**Aufgabe 39:** Prüfe, ob die folgenden Reihen konvergieren.

$$(i) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt[n]{n}} \\ (ii) \sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \frac{1}{n}\right)^{n^2} \\ (iii) \sum_{n=1}^{\infty} (n+1)^{\frac{1}{2}} - n^{\frac{1}{2}} \\ (iv) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^{n-1}}{(-n)^n}$$

**Aufgabe 40:** Bestimme die Konvergenzradien folgender Potenzreihen.

$$(i) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n} x^n \quad (ii) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n^n} x^n \quad (iii) \sum_{n=1}^{\infty} n! x^n \quad (iv) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n+1} - \sqrt{n}} x^n$$