

Übungen zur Vorlesung

Analysis III

Bernold Fiedler, Hannes Stuke

<http://dynamics.mi.fu-berlin.de/lectures/>

Abgabe: Mittwoch, 11.12.2013, 14.00 Uhr

Bitte wenigstens zwei der Aufgaben in Zweiergruppen bearbeiten.

Im Folgenden bezeichnet $M \subset \mathbb{R}^N$ stets eine m -dimensionale C^k -Untermannigfaltigkeit des \mathbb{R}^N .

Aufgabe 25: Für jedes $a \in M$ existiert eine Umgebung $V' \subset \mathbb{R}^N$ von a , eine Umgebung $U' \subset \mathbb{R}^N$ der Null und ein C^k -Diffeomorphismus $F : V' \rightarrow U'$ mit:

$$F(M \cap V') = (\mathbb{R}^m \times \{0\}) \cap U'$$

Zeige, dass gilt:

$$T_a M = \ker(D(F_{m+1}, \dots, F_N)(a))$$

Aufgabe 26: Sei M eine C^1 -Untermannigfaltigkeit des \mathbb{R}^N mit Karte φ und Gramscher Determinante $g := \det(\varphi')^T \varphi'$. Zeige: $g > 0$.

Aufgabe 27: Für ein $a \in M$ seien $v_1, v_2 \in T_a M$. Zeige, dass sowohl die euklidische Länge als auch der Winkel zwischen v_1, v_2 unabhängig von der Wahl der Karte φ_a ist.

Aufgabe 28: M sei kompakt und $m \geq 1$. Beweise oder widerlege: Es gibt ein M , so dass M einen Atlas mit nur einer Karte besitzt.