Übungen zur Vorlesung

Analysis III

Bernold Fiedler, Hannes Stuke

http://dynamics.mi.fu-berlin.de/lectures/

Abgabe: Mittwoch, 18.12.2013, 14.00 Uhr

Bitte wenigstens zwei der Aufgaben in Zweiergruppen bearbeiten.

Aufgabe 29: Ein Punkt zieht eine starre, homogene Massenkugel im $\mathbb{R}^3$ von außerhalb nach Newton's Gravitationsgesetz an. Ist es wahr, dass man sich zur Bestimmung der Gravitationskraft die Massenkugel in ihrem Mittelpunkt konzentriert denken kann?

Aufgabe 30: Annalyx und Annaliese haben auf dem Flohmarkt ein Polarplanimeter ergattert. Sie probieren es gleich aus und umfahren eine ebene Acht (8). Enttäuscht stellen sie fest, dass das Polarplanimeter den Flächeninhalt Null anzeigt. Ist es notwendigerweise kaputt?

Aufgabe 31: Sei M eine kompakte C^k - Untermannigfaltigkeit des $\mathbb{R}^N$. Wir nennen eine Abbildung $f : M \to \mathbb{R}$ k - mal stetig differenzierbar, wenn $f \circ \varphi$ für jede Karte φ k - mal stetig differenzierbar ist. Zeige, dass f eine C^k - Fortsetzung $F : \mathbb{R}^N \to \mathbb{R}$ besitzt, sprich $F|_M = f$ und $F \in C^k\left(\mathbb{R}^N, \mathbb{R}\right)$, so dass supp F in einer ϵ -Umgebung von M enthalten ist.

Aufgabe 32: Gegeben sei eine kompakte, eindimensionale C^1 - Untermannigfaltigkeit M des $\mathbb{R}^N$. Beweise oder widerlege: M ist das Bild einer injektiven C^1-Kurve $\gamma : [0,1] \to \mathbb{R}^N$ mit $\gamma(0) = \gamma(1)$ und $\gamma'(0) = \gamma'(1)$.