

Kernfragen zur Analysis

IX. Untermannigfaltigkeiten des \mathbb{R}^N

1. Was ist eine C^k -Untermannigfaltigkeit des \mathbb{R}^N ? Gib wenigstens zwei verschiedene Definitionen/Charakterisierungen an!
2. Was ist der Tangentialraum an eine C^k -Untermannigfaltigkeit des \mathbb{R}^N im Punkt x_0 ? Gib wenigstens zwei verschiedene Definitionen/Charakterisierungen an! Was ist ein Normalenvektor?
3. Was ist ein Atlas einer C^k -Untermannigfaltigkeit des \mathbb{R}^N ?
4. Was ist ein Maßtensor? Was ist die Gramsche Determinante? Wozu dient sie?
5. Wie berechnet sich der Schnittwinkel zweier Kurven auf einer Untermannigfaltigkeit des \mathbb{R}^N ?
6. Was ist ein Kartenwechsel? Wie verhält sich der Maßtensor unter einem Kartenwechsel?
7. Wie werden stetige Funktionen auf Mannigfaltigkeiten integriert?
8. Was ist eine „Zerlegung der Eins“?
9. Wie berechnet sich die (Bogen-)Länge einer Kurve?
10. Was ist die Krümmung einer Kurve?
11. Was ist ein Gebiet mit glattem Rand?
12. Wie lautet der Satz von Gauß? Erläutere die auftretenden Terme!
13. Was ist eine orientierte Mannigfaltigkeit?
14. Wie lautet der Satz von Stokes? Erläutere die auftretenden Terme!
15. Ist die Rotation des Gradienten einer skalaren Funktion Null? Gib auch Beispiele an! Sind rotationsfreie Vektorfelder Gradienten skalarer Funktionen? Gib auch Beispiele an!
16. Bestimme die Oberfläche der 2-Sphäre S^2 mit Hilfe des Gaußschen Integralsatzes!
17. Wie lautet der Cauchysche Integralsatz für komplex differenzierbare Funktionen?