

# 1. Übung zur Vorlesung Differentialgleichungen I (SS 2016 Väh)

Bitte bearbeiten bis: Freitag, 29. April 2016

**Aufgabe 1.** Welche der folgenden Gleichungen ist eine gewöhnliche Differentialgleichung oder lässt sich in eine solche überführen (wenn ja, wie)? Welche davon sind (ggf. nach Umschreiben) explizit?

- a)  $\frac{t}{x(t)} + x'(t) = 0$  (1 Punkt)
- b)  $\sin(x'(t)) = tx(t)$  (1 Punkt)
- c)  $\sin(x(t)) = tx'(t)$  (1 Punkt)
- d)  $x'(t) = x(t-1)$  (1 Punkt)
- e)  $x'(x(t) + t) = t$  (1 Punkt)
- f)  $\frac{dx(t,s)}{dt} = 2s^2 t^2 x(t,s)^2$  (2 Punkte)
- g)  $x(t) = \int_0^t sx(s)^2 ds$  (3 Punkte)
- h)  $x(t) = \int_0^t tx(s)^2 ds$  (4 Punkte)

**Aufgabe 2.** Schreiben Sie explizit das System, das zur Gleichung  $\ddot{x} = \alpha x$  gehört, und skizzieren Sie das Phasenportrait in den Fällen  $\alpha = -2, 0, 1$ . Wo erhalten Sie insbesondere geschlossene Trajektorien? (1 + 3 + 1 + 3 Punkte)

**Aufgabe 3.** Zeichnen Sie einige Isoklinen von  $\dot{x} = t + \sin x$  und skizzieren Sie einige Lösungskurven.

**Aufgabe 4.** Sei  $T \in \mathbb{R}$  fest. Aus einem Satz der Vorlesung folgt: Genau dann löst  $x$  ein autonomes (explizites oder implizites) System der Ordnung  $n$ , wenn  $y(t) = x(t + T)$  dieses System löst.

- a) Finden und beweisen Sie eine Variante dieser Aussage für nichtautonome Systeme. (2 Punkte)
- b) Finden Sie eine analoge korrekte Aussage für die Zeitinversion  $y(t) = x(-t)$  (für implizite Systeme der Ordnung  $n$ ). (2 Punkte)
- c) Beantworten Sie die letzte Frage speziell für explizite autonome Systeme erster Ordnung. (2 Punkte).

**Aufgabe 5.** Zeigen Sie Satz 1.2. (2 Punkte + 3 Sonderpunkte + 3 Punkte)