Übungen zur Vorlesung

# Analysis I

WiSe 2016/2017

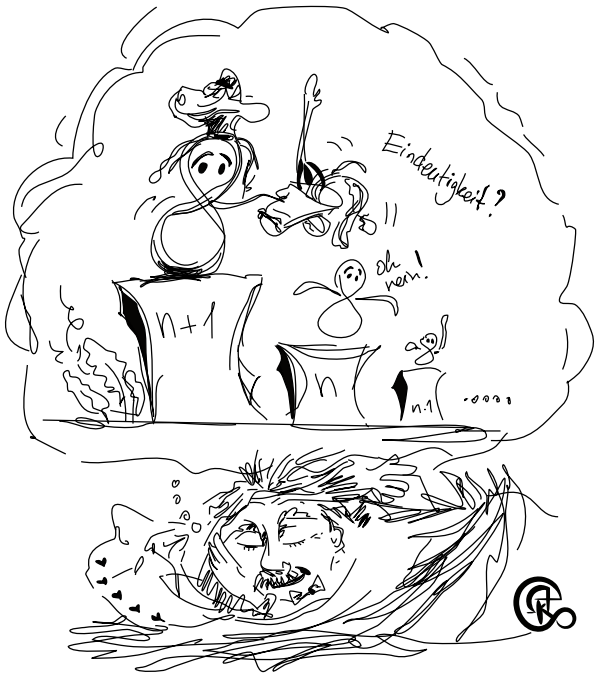
Bernold Fiedler, Isabelle Schneider

`http://dynamics.mi.fu-berlin.de/lectures/`

Abgabe: Mittwoch, 26.10.2016, 17 Uhr

**Aufgabe 1:** Beim Wettkampf im Spaghetti-Kochen treten je zwei Teilnehmer genau einmal gegeneinander an und ermitteln einen Sieger. Zeige (durch vollständige Induktion), dass die endlich vielen Teilnehmer so aufgereiht werden können, dass jeder über seinen unmittelbaren Nachfolger gesiegt hat.

*Freiwilliger Zusatz:* Ist die Reihenfolge eindeutig? Stellt sie eine „faire“ Rangordnung dar?




**Aufgabe 2:** Beweise, dass für alle $N \in \mathbb{N}$ und $q \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$ gilt:

(i) $$1 + \frac{1}{q} + \ldots + \frac{1}{q^{N-1}} \;=\; \frac{q^N - 1}{q^N - q^{N-1}},$$

(ii) $$\sum_{n=1}^{N} n^3 \;=\; \left( \sum_{n=1}^{N} n \right)^2 .$$

**Aufgabe 3:** Annaliese lernt fleißig die Bruchrechnung. Sie schreibt die Brüche

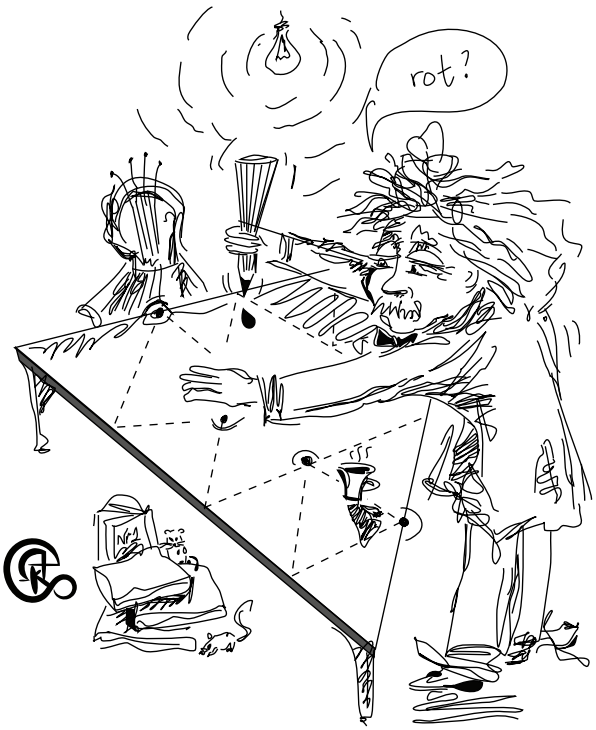
$$1, \quad \frac{1}{1+1}, \quad \frac{1}{1+\frac{1}{1+1}}, \quad \frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{1+1}}}, \quad \frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{1+1}}}}, \quad \ldots$$

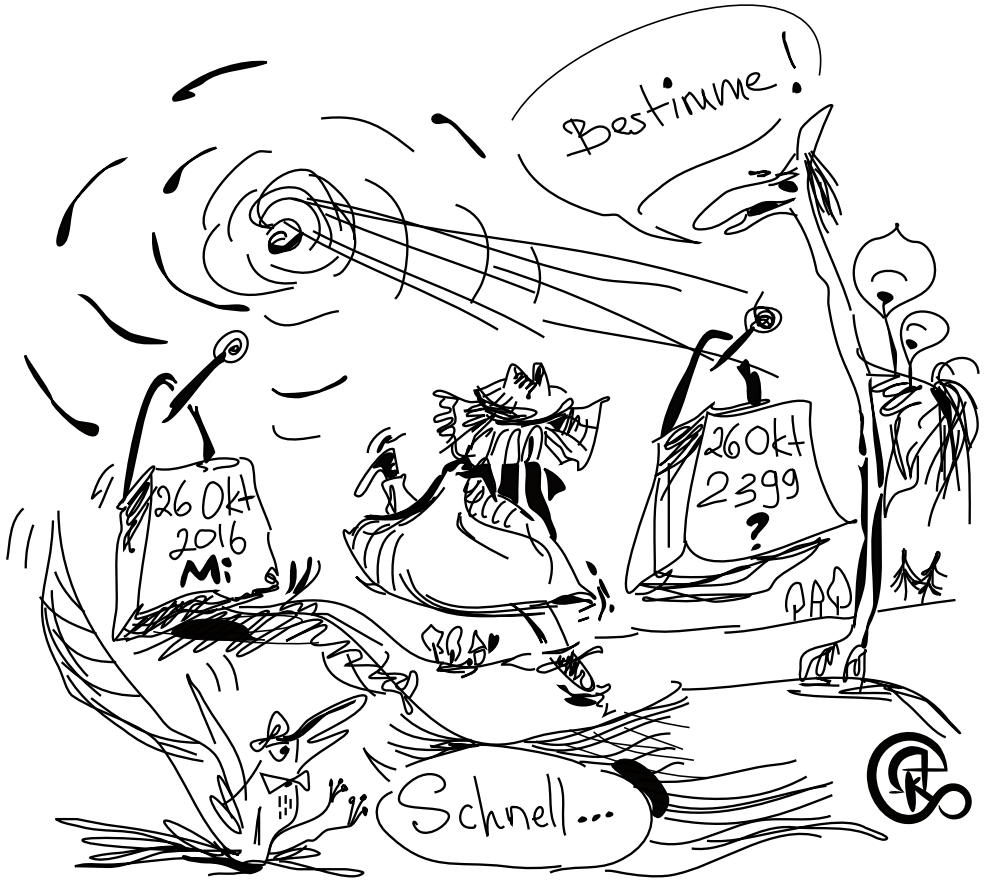
in gekürzter Form und fragt sich, wie sich die Folge dieser (gekürzten) Brüche fortsetzt. Kannst Du ihr helfen?

**Aufgabe 4:** Betrachte das Pascalsche Dreieck

$$\begin{array}{ccccccccccc}
 & & & & & 1 & & & & & \\
 & & & & 1 & & 1 & & & & \\
 & & & 1 & & 2 & & 1 & & & \\
 & & 1 & & 3 & & 3 & & 1 & & \\
 & 1 & & 4 & & 6 & & 4 & & 1 & \\
 & & & & & \vdots & & & & &
\end{array}$$

Färbe Felder mit geraden Zahlen rot und solche mit ungeraden Zahlen schwarz. Beschreibe das entstehende Muster für große Dreiecke in möglichst klaren Worten.



**Freiwillige Zusatzaufgabe:** Auf welchen Wochentag fällt unser Abgabetermin 26.10. im Jahr 2399 des gregorianischen Kalenders?

*Tipp:* Volle Jahrhunderte sind bis dahin keine Schaltjahre.