

Übungen zur Vorlesung

**Analysis I**

WiSe 2016/2017

Bernold Fiedler, Isabelle Schneider

<http://dynamics.mi.fu-berlin.de/lectures/>

Abgabe: Mittwoch, 01.02.2017, 17 Uhr

**Aufgabe 41:** Wo sind folgende Funktionen stetig, differenzierbar bzw. stetig differenzierbar?

$$(i) f(x) = \begin{cases} x \cdot |x|^\alpha & \text{falls } x \neq 0 \\ 0 & \text{falls } x = 0 \end{cases}$$

Hierbei sei  $\alpha \in \mathbb{R}$  fest.

$$(ii) f(x) = \begin{cases} q^{-2} & \text{falls } x = p/q, p, q \in \mathbb{Z}, p, q \text{ teilerfremd} \\ 0 & \text{falls } x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}, \\ 1 & \text{falls } x = 0 \end{cases}$$

$$(iii) f(x) = \begin{cases} \exp(-1/x) & \text{falls } x > 0 \\ 0 & \text{falls } x \leq 0 \end{cases}$$

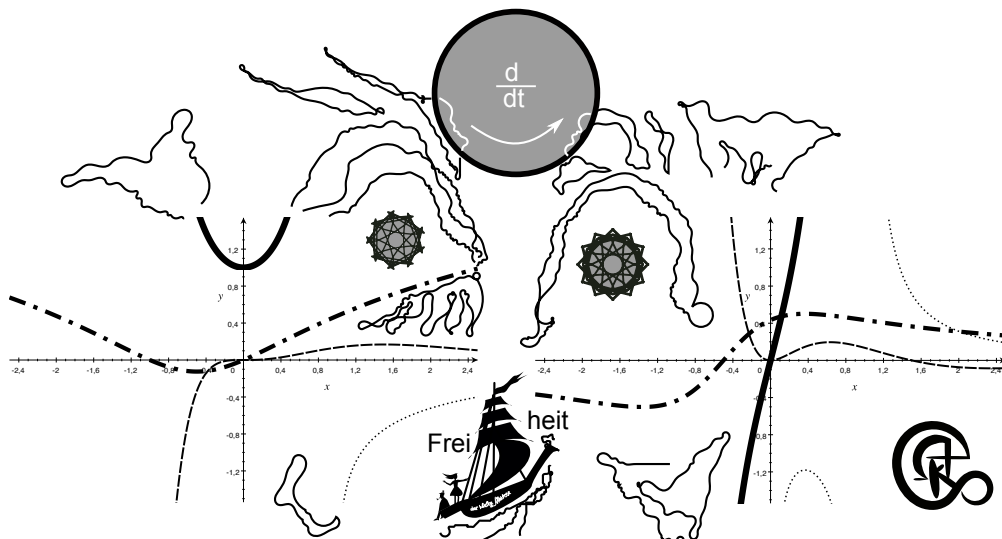
**Aufgabe 42:** Bestimme die Ableitungen folgender Funktionen in allen Punkten, in denen sie differenzierbar sind.

$$(i) f(x) = x^3 e^{-2x};$$

$$(iii) f(x) = \log(x + \sqrt{1+x^2});$$

$$(ii) f(x) = \log(\log x);$$

$$(iv) f(x) = (\exp(x^2))^2.$$



**Aufgabe 43:** Sei  $b > 1$ . Die Umkehrfunktion  $x = \log_b y$  der Potenz  $y = b^x$  heißt Logarithmus zur Basis  $b$ . Häufige Beispiele sind der dekadische Logarithmus  $\lg = \log_{10}$  und der binäre Logarithmus  $\text{lb} = \log_2$ . Varianten sind das deziBel in der Akustik, der pH-Wert in der Chemie, die Richterskala in der Geologie und viele andere.

Wie sind Logarithmen unterschiedlicher Basis ineinander umzurechnen? Beweis?

**Aufgabe 44:** (wahre Geschichte) Fritzchen (Name der Redaktion bekannt) fährt mit Papa auf der Autobahn und langweilt sich. “Isses noch weit?” - “Hm, so 100 km.” - “Und wir fahren grade 100.” Nachdenkliche Pause. Dann grübelt Fritzchen: “Und wenn wir noch 80 km haben fahren wir 80, und bei 50 km dann 50 (und immer so weiter, Ergänzung der Redaktion). Ja, wann kommen wir denn dann an?”

Präzisiere und antworte.

**Freiwillige Zusatzaufgabe 1:** Bestimme alle streng monotonen Gruppen-Homomorphismen  $f : (\mathbb{R}_+, \cdot) \rightarrow (\mathbb{R}, +)$ .

**Freiwillige Zusatzaufgabe 2:** Sei  $0 < x < 1$  gegeben. Konvergiert die Folge  $x, x^x, x^{(x^x)}, x^{(x^{(x^x)})}, \dots$ ? Welche Gleichung erfüllt ggf. der Grenzwert?