

Übungen zur Vorlesung

**Analysis I**

WiSe 2016/2017

Bernold Fiedler, Isabelle Schneider

<http://dynamics.mi.fu-berlin.de/lectures/>

Abgabe: Mittwoch, 02.11.2016, 17 Uhr

**Aufgabe 5:** In der Vorlesung haben wir den Binomialkoeffizienten  $\binom{n}{k}$  als die Anzahl der  $k$ -elementigen Teilmengen einer  $n$ -elementigen Menge kennengelernt ( $n \in \mathbb{N}_0$ ,  $0 \leq k \leq n$ ).

Definiere nun einen alternativen Binomialkoeffizienten als

$$\binom{n}{k}' := \frac{n!}{k!(n-k)!}.$$

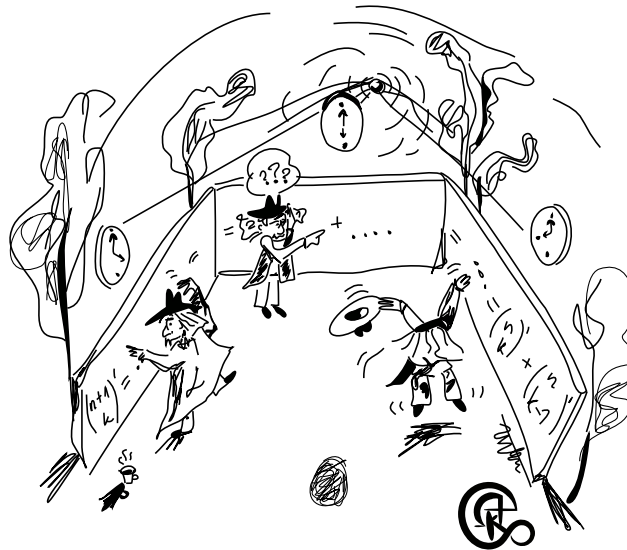
Zeige, dass folgende Rekursionsformel gilt:

$$\binom{n+1}{k}' = \binom{n}{k}' + \binom{n}{k-1}'$$

und schließe daraus induktiv, dass für alle  $0 \leq k \leq n \in \mathbb{N}_0$  gilt:

$$\binom{n}{k}' = \binom{n}{k}.$$

*Beachte:* per Definition  $0! = 1$ .



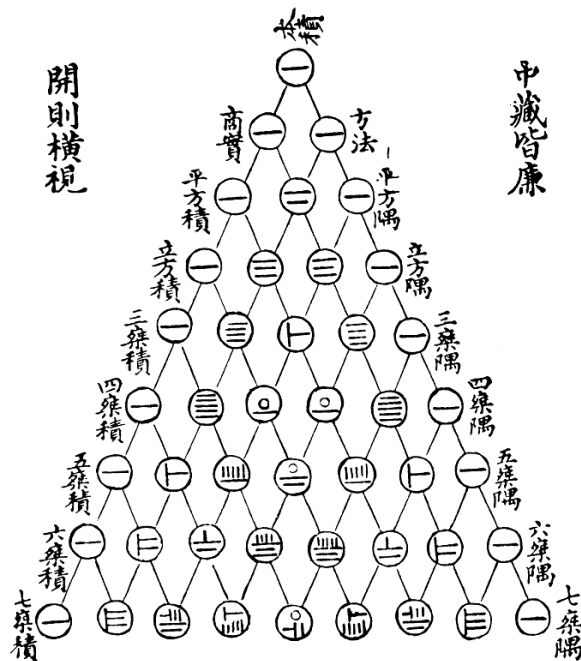
**Aufgabe 6:** Beweise, dass für alle  $n \in \mathbb{N}$  gilt:

(i) 
$$\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} = 2^n,$$

(ii) 
$$\sum_{0 \leq k \leq n, k \text{ gerade}} \binom{n}{k} = \sum_{0 \leq k \leq n, k \text{ ungerade}} \binom{n}{k}.$$



**Aufgabe 7:** Bereits 1303(!) wurde in China folgendes Diagramm gedruckt(!):



Finde den Fehler! Kannst Du anhand des Diagramms herausfinden, wie die Zahl 16 geschrieben wurde?

**Aufgabe 8:** In Abessinien multiplizierte man früher nach folgendem Schema:

$$\begin{array}{r}
 24 \quad 84 \\
 12 \quad 168 \\
 6 \quad 336 \\
 3 \quad 672 \quad + \\
 1 \quad 1344 \quad + \\
 \hline
 24 \times 84 = 2016
 \end{array}$$

Hier wurde also immer links halbiert und rechts verdoppelt. Danach wurden in der rechten Spalte alle Zeilen aufsummiert, deren linker Eintrag ungerade ist. Zeige Verständnis für die Abessinier und begründe ihr Verfahren.

