

Übungen zur Vorlesung

Analysis I

WiSe 2016/2017

Bernold Fiedler, Isabelle Schneider

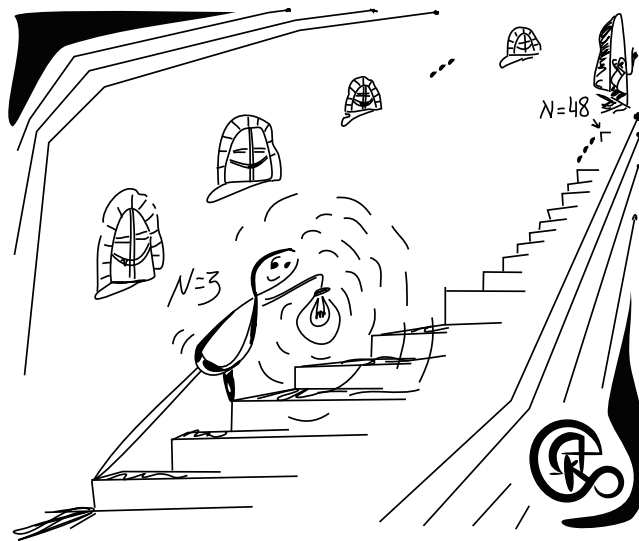
<http://dynamics.mi.fu-berlin.de/lectures/>

Abgabe: Mittwoch, 09.11.2016, 17 Uhr

Aufgabe 9: Seit Beginn des Studiums wohnt Analyx im dritten Stock eines Berliner Mietshauses und muss jeden Abend $N = 48$ Stufen erklimmen. Mit jedem Schritt steigt er ein oder zwei Stufen hinauf. Seinen Eltern versprach er, jeden Abend eine andere Schrittfolge zu wählen und einen Masterabschluss zu erlangen, bevor er sich dabei wiederholt.

Wie viele verschiedene Schrittfolgen gibt es (für allgemeines N)? Wie lange kann Analyx studieren, ohne sein Versprechen zu brechen ($N = 48$)?

Ein „echtes“ Mietshaus hat pro Stockwerk zwei Halbtreppe mit je 8 Stufen. Wieviel Zeit verbleibt Analyx, ohne über Treppenabsätze „hinwegsweben“ zu müssen?



Aufgabe 10: Finde und beweise eine Formel für die Zeilensummen im folgenden (nicht Pascalschen!) Dreieck:

			1		
			3	5	
		7	9	11	
	13	15	17	19	
21	23	25	27	29	
			⋮		

Aufgabe 11: Betrachte die Abbildung $f : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$,

$$f(x) = \begin{cases} ax & \text{für } 0 \leq x \leq \frac{1}{2} \\ a(1-x) & \text{für } \frac{1}{2} \leq x \leq 1 \end{cases}$$

Für den Parameter a gelte $0 < a \leq 2$.

- (i) Zeichne für repräsentative Werte a die Graphen von f und $f^2 = f \circ f$.
- (ii) Finde für geeignete Werte a Fixpunkte x_0 von f^2 , die keine Fixpunkte von f sind. Was bedeutet das für die durch $x_{n+1} := f(x_n)$ rekursiv definierte Folge?
- (iii) Gib alle a an, die solche Punkte zulassen.

Freiwilliger Zusatz: Finde Punkte x_0 der minimalen Periode 3.

Aufgabe 12: Finde ein Gegenbeispiel oder beweise für alle

$$f : A \rightarrow B, \quad A_j \subset A, \quad B_j \subset B, \quad j \in J$$

die folgenden Aussagen.

- (i) $f(A_j) \subset f(A)$
- (ii) $f^{-1}(f(A_j)) = A_j$
- (iii) $f(A) \setminus f(A_j) = f(A \setminus A_j)$
- (iv) $f^{-1}\left(\bigcup_{j \in J} B_j\right) = \bigcup_{j \in J} f^{-1}(B_j)$
- (v) $f\left(\bigcap_{j \in J} A_j\right) = \bigcap_{j \in J} f(A_j)$
- (vi) $f^{-1}(B \setminus B_j) = A \setminus f^{-1}(B_j)$

Freiwilliger Zusatz: Füge injektiv, surjektiv oder bijektiv so ein, dass die falschen Aussagen stimmen.

Freiwillige Zusatzaufgabe: Im Pascalschen Dreieck hat jeder Binomialkoeffizient, der nicht am Rand liegt, genau sechs Nachbarn. Zeige, dass das Produkt dieser sechs Nachbarn stets eine Quadratzahl ist.