

Übungen zur Vorlesung  
**Analysis II**  
Sommersemester 2017  
Bernold Fiedler, Isabelle Schneider  
<http://dynamics.mi.fu-berlin.de/lectures/>  
Abgabe: Mittwoch, 03.05.2017, 17 Uhr

**Aufgabe 1:** Die Abbildung  $A : \mathcal{C}([a, b], \mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}$  sei definiert durch

$$Af := f(b) - f(a).$$

Zeige, dass  $A$  eine lineare, beschränkte Abbildung ist, und berechne

$$\|A\| := \sup \{ |Af| : f \in \mathcal{C}([a, b], \mathbb{R}), \|f\| = 1 \}.$$

**Aufgabe 2:** Berechne

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(\tan x) - \tan(\sin x)}{\arcsin(\arctan x) - \arctan(\arcsin x)}.$$

**Aufgabe 3:** Die Funktion  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  sei monoton. Zeige, dass die Menge

$$U := \{ x \in \mathbb{R} \mid f \text{ in } x \text{ unstetig} \}$$

der Unstetigkeitsstellen von  $f$  höchstens abzählbar ist.

**Aufgabe 4:** Berechne

$$\int_0^1 t^2 dt$$

durch geeignete Approximation des Integranden  $f(t) = t^2$  durch Treppenfunktionen.

*Freiwilliger Zusatz:* Bestimme analog für  $n \in \mathbb{N}$ :

$$\int_0^1 t^n dt.$$