Übungen zur Vorlesung

Analysis II

Sommersemester 2017

Bernold Fiedler, Isabelle Schneider

`http://dynamics.mi.fu-berlin.de/lectures/`

Abgabe: Freitag, 07.07.2017, 12 Uhr

Aufgabe 37: Beweise oder widerlege:

$f : [0, 1] \to [0, 1]$ ist stetig, wenn

(i) f kompakte auf kompakte Mengen abbildet;

(ii) f zusammenhängende auf zusammenhängende Mengen abbildet;

(iii) f sowohl i) als auch ii) erfüllt.

Aufgabe 38: Seien E und F metrische Räume und $f : E \to F$ stetig und bijektiv. Sei ferner E kompakt. Beweise, dass dann f ein Homöomorphismus ist, d.h. eine stetige Umkehrung $f^{-1} : F \to E$ besitzt.

Aufgabe 39: Sei E eine Menge und d_1, d_2 zwei äquivalente Metriken auf E, d.h. die Identität $\mathrm{id} : (E, d_1) \to (E, d_2)$ ist ein Homöomorphismus.

Beweise oder widerlege: (E, d_1) ist genau dann vollständig, wenn (E, d_2) vollständig ist.

Aufgabe 40: Formuliere den Satz von Arzelà-Ascoli für Mengen K stetiger Abbildungen $f : E \to F$ mit beliebigen metrischen Räumen E, F und E kompakt. Dabei wird $C^0(E, F)$ mit der Maximums-Metrik versehen:

$$d(f, g) := \max \{ d_F(f(x), g(x)) | \, x \in E \} .$$

Beweise (mindestens) eine Richtung der Äquivalenz in dieser Formulierung.