

Übungen zur Vorlesung
Analysis II
Sommersemester 2017
Bernold Fiedler, Isabelle Schneider
<http://dynamics.mi.fu-berlin.de/lectures/>
Abgabe: Freitag, 02.06.2017, 12 Uhr

Aufgabe 17: [„Der Blitz schlägt nie zweimal am selben Ort ein!“ oder „Unverhofft kommt oft!“] Das paradiesische Dorf Annaliesingen mit 1000 Häusern wird leider regelmäßig von Gewittern heimgesucht. Im Durchschnitt schlägt jede Woche in eines der Häuser ein Blitz ein (wobei die Wahrscheinlichkeit eines Einschlags für jedes Haus gleich ist).

Schätze die Wahrscheinlichkeit ab, dass es ein Haus gibt, das

- (i) innerhalb eines Jahres (52 Wochen)
- (ii) innerhalb von 2 Jahren

zweimal vom Blitz getroffen wird.

Aufgabe 18: Für welche $\beta \in \mathbb{R}$ existiert

$$\int_0^1 x^\beta dx$$

- (i) als Regelintegral;
- (ii) als Riemann-Integral;
- (iii) als Lebesgue-Integral;
- (iv) als uneigentliches Riemann-Integral?

Aufgabe 19: Untersuche folgende uneigentliche Integrale auf Konvergenz und berechne ggf. ihre Werte.

(i) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{\cosh(x)}$;

(iii) $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \log \cos \varphi d\varphi$;

(ii) $\int_0^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{x^2+1}}$;

(iv) $\int_{\alpha}^{\beta} \frac{dt}{\sqrt{(t-\alpha)(\beta-t)}}$.

Aufgabe 20: Sei $f : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ Riemann-integrierbar und $g : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ stetig. Beweise oder widerlege:

- (i) die Verkettung $g \circ f : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ ist Riemann-integrierbar;
- (ii) die Verkettung $f \circ g : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ ist Riemann-integrierbar.