

Übungen zur Vorlesung

Analysis II

Sommersemester 2017

Bernold Fiedler, Isabelle Schneider

<http://dynamics.mi.fu-berlin.de/lectures/>

Abgabe: Freitag, 23.06.2017, 12 Uhr

Aufgabe 29: Bestimme für folgende Mengen M jeweils Inneres, Rand und Abschluss im Raum E mit Metrik d .

(i) $M = \left\{ \frac{1}{n} + \frac{1}{m} \mid n, m \in \mathbb{N} \right\}$, $E = \mathbb{R}$, $d(x, y) = |x - y|$;

(ii) $M = \bigcup_{n \geq 1} \left[\frac{1}{n+1}, \frac{1}{n} \right)$, $E = \mathbb{R}$, $d(x, y) = |x - y|$;

(iii) $M = \mathbb{Z} \times \mathbb{Q}$, $E = \mathbb{R}^2$, $d(x, y) = \sqrt{(x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2}$;

(iv) $M = \left\{ x \in E ; d\left(x, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}\right) = d\left(x, \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}\right) \right\}$,
 $E = \mathbb{R}^2$, $d(x, y) = \sqrt{(x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2}$;

(v) $M = \left\{ x \in E \mid d\left(x, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}\right) = d\left(x, \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}\right) \right\}$, $E = \mathbb{R}^2$, $d(x, y) = |x_1 - y_1| + |x_2 - y_2|$.

Aufgabe 30: Betrachte Teilmengen $A' \subseteq E' \subseteq E$ im metrischen Raum (E, d) . Beweise:

- (i) A' ist offen im metrischen Raum (E', d) genau dann, wenn eine offene Menge A in (E, d) existiert, sodass $A' = A \cap E'$.
- (ii) Die abgeschlossenen Teilmengen von (E', d) sind genau die Durchschnitte abgeschlossener Mengen in (E, d) mit E' .

Aufgabe 31: Zeige in der üblichen Metrik, dass Intervalle in \mathbb{R} zusammenhängend sind.

Aufgabe 32: Sei E ein metrischer Raum und $A \subseteq E$ eine Teilmenge. Beweise oder widerlege

(i) $\overline{E \setminus A} = E \setminus \overset{\circ}{A}$.

(ii) $\overset{\circ}{E \setminus A} = E \setminus \overline{A}$;