Übungen zur Vorlesung

Analysis III

Wintersemester 2017/2018

Bernold Fiedler, Isabelle Schneider

`http://dynamics.mi.fu-berlin.de/lectures/`

Abgabe: Donnerstag, 25.01.2018, 17 Uhr

Aufgabe 37: Finde eine Folge stetiger Funktionen $f_n : [0,1] \to \mathbb{R}$, die zwar bezüglich der "Norm" $\|\cdot\|_{L^1}$ gegen die Nullfunktion konvergieren, für die aber kein x existiert, so dass die Folge $f_n(x)$ beschränkt ist. (Insbesondere kann die Folge $f_n(x)$ für kein festes x konvergieren - schon gar nicht gegen Null !)

Aufgabe 38: Beweise oder widerlege für Lebesgue-integrierbare reelle Funktionen $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$:

(i) Das punktweise Maximum $h(x) := \max(f(x), g(x))$ ist Lebesgue-integrierbar.

(ii) Das punktweise Minimum $h(x) := \min(f(x), g(x))$ ist Lebesgue-integrierbar.

(iii) Der Quotient f/g ist Lebesgue-integrierbar, falls f und g positiv sind.

(iv) $\sqrt{|f|}$ ist Lebesgue-integrierbar, falls f einen kompakten Träger hat.

(v) Die Komposition $f \circ g$ ist Lebesgue-integrierbar.

(vi) Das (punktweise) Produkt $f \cdot g$ ist Lebesgue-integrierbar.

Aufgabe 39: Sei K eine kompakte Menge reeller Zahlen. Ist der (topologische) Rand von K immer eine Nullmenge?

Aufgabe 40: Ist die Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ x \mapsto x^{-1} \sin x$ Lebesgue-integrierbar für $x \geq 0$?