

Übungen zur Vorlesung
Analysis III
Wintersemester 2017/18
Bernold Fiedler, Isabelle Schneider
<http://dynamics.mi.fu-berlin.de/lectures/>
Abgabe: Donnerstag, 09.11.2017, 17 Uhr

Aufgabe 5: Betrachte die Funktion

$$f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}, \quad (x, y) \longmapsto (x^2 + y^2)^2 - 3x(x^2 + y^2) + 2x^2.$$

Zeige, dass f auf jeder Geraden durch den Ursprung ein lokales Minimum im Ursprung besitzt. Zeige aber auch, dass f in $(0, 0)$ kein lokales Minimum besitzt.

Aufgabe 6: Seien $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^k$, $g : \mathbb{R}^k \rightarrow \mathbb{R}$ C^2 -Funktionen. Drücke die Hesse-Matrix

$$\left(\frac{\partial^2 (g \circ f)}{\partial x_i \partial x_j} (x) \right)_{i, j \in \{1, \dots, n\}}$$

durch die partiellen Ableitungen von g und f bis zur zweiten Ordnung aus.

Aufgabe 7: Gegeben seien k Punkte $p^{(1)}, \dots, p^{(k)} \in \mathbb{R}^N$. Bestimme den Punkt $x \in \mathbb{R}^N$, der die Summe der Quadrate der euklidischen Abstände

$$\sum_{i=1}^k \|x - p^{(i)}\|_2^2 = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^N (x_j - p_j^{(i)})^2$$

minimiert.

Aufgabe 8: Die Höchstmaße für sperrige Pakete (quaderförmige Sendungen) sind laut den Service-Informationen der Post: „Länge höchstens 200 Zentimeter, Gurtmaß (Länge plus größter nicht in Längsrichtung gemessener Umfang zusammen) maximal 360 Zentimeter.“

Bestimme das Paket mit dem größten Volumen, das die Höchstmaße der Post nicht überschreitet.

Freiwilliger Zusatz: Ende des letzten Jahrtausends hieß die Schranke noch „Länge höchstens 200 Zentimeter, Länge plus größter nicht in Längsrichtung gemessener Umfang zusammen maximal 450 Zentimeter“. Wie schlimm hat uns der „Niedergang der Zeit“ erwischt?