

Übungen zur Vorlesung
Analysis I
WiSe 2021/2022
Bernold Fiedler, Isabelle Schneider
<http://dynamics.mi.fu-berlin.de/lectures/>
Abgabe: Mittwoch, 10.11.2021, 17 Uhr

Aufgabe 5: Beweise oder widerlege folgende Aussagen:

(i) Für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt: 47 ist ein Teiler von $7^{2n} - 2^n$.

(ii) Für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt:
$$\sum_{k=0}^n (-1)^k \binom{n}{k} = 0.$$

(iii) Für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt:
$$\sum_{k=0}^n k^4 = 2^{n^2} + 2n - 3.$$

Aufgabe 6: In der Vorlesung haben wir den Binomialkoeffizienten $\binom{n}{k}$ als die Anzahl der k -elementigen Teilmengen einer n -elementigen Menge kennengelernt ($n \in \mathbb{N}_0$, $0 \leq k \leq n$).

Definiere nun einen alternativen Binomialkoeffizienten als

$$\binom{n}{k}' := \frac{n!}{k! (n-k)!}.$$

Zeige, dass folgende Rekursionsformel gilt:

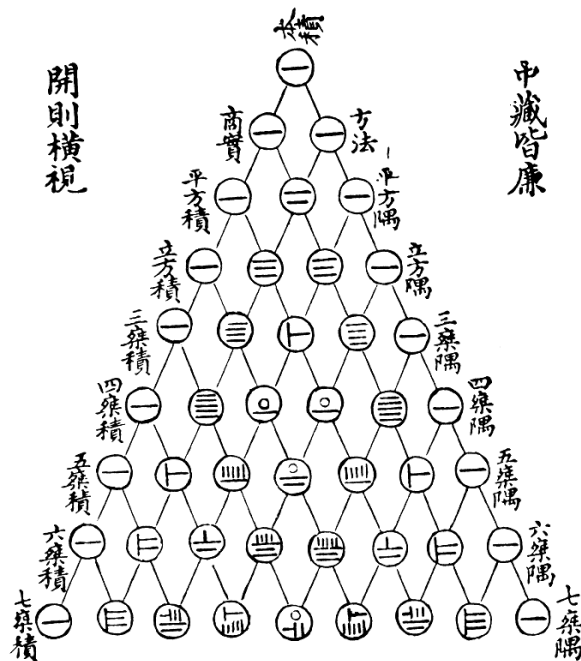
$$\binom{n+1}{k}' = \binom{n}{k}' + \binom{n}{k-1}'$$

und schließe daraus induktiv, dass für alle $0 \leq k \leq n \in \mathbb{N}_0$ gilt:

$$\binom{n}{k}' = \binom{n}{k}.$$

Beachte: per Definition $0! = 1$.

Aufgabe 7: Bereits 1303(!) wurde in China folgendes Diagramm gedruckt(!):



Finde den Fehler! Kannst Du anhand des Diagramms herausfinden, wie die Zahl 16 geschrieben wurde?

Aufgabe 8: In Abessinien multiplizierte man früher nach folgendem Schema:

43	47
21	94
10	188
5	376
2	752
1	1504
<hr/>	
43 × 47	= 2021

Hier wurde also immer links halbiert und rechts verdoppelt. Danach wurden in der rechten Spalte alle Zeilen aufsummiert, deren linker Eintrag ungerade ist. Zeige Verständnis für die Abessinier und begründe ihr Verfahren.

Freiwillige Zusatzaufgabe: Auf welchen Wochentag fällt unser Abgabetermin 10.11. im Jahr 2399 des gregorianischen Kalenders?

Tipp: Volle Jahrhunderte sind bis dahin keine Schaltjahre.