Übungen zur Vorlesung

Analysis II

Sommersemester 2022

Bernold Fiedler, Alejandro López Nieto

http://dynamics.mi.fu-berlin.de/lectures/

Abgabe: Mittwoch, 13.07.2022, 17:00.

Solutions in German or English, please.

Aufgabe 41: Seien E und F metrische Räume und $f : E \to F$ stetig und bijektiv. Sei ferner E kompakt. Beweise, dass dann f ein Homöomorphismus ist.

Aufgabe 42: Beweise oder widerlege:

$f : [0,1] \to [0,1]$ ist stetig, wenn

(i) f kompakte auf kompakte Mengen abbildet;

(ii) f zusammenhängende auf zusammenhängende Mengen abbildet;

(iii) f sowohl (i) als auch (ii) erfüllt.

Aufgabe 43: Sei (E, d) ein vollständiger metrischer Raum und E' die Menge der nichtleeren kompakten Teilmengen A, B von E. Sei d_H der symmetrische Hausdorff-Abstand

$$d_H(A, B) := \max \left\{ \max_{a \in A} d(a, B), \max_{b \in B} d(b, A) \right\}.$$

Zeige:

(i) E' ist ein metrischer Raum mit Metrik d_H;

(ii) (E', d_H) ist vollständig.

Hinweis: Für eine Folge $A_0 \supset A_1 \supset \dots$ gilt, dass $\lim_{n\to\infty} A_n = \bigcap_{n\geq 0} A_n$. Außerdem ist für eine Cauchy-Folge B_n von total beschränkten Mengen $\bigcup_{n\geq 0} B_n$ total beschränkt.

Aufgabe 44: Plotte (z.B. mit Matlab oder Mathematica) ein Barnsley-Fraktal mit mindestens drei frei gewählten (2×2) affin linearen Kontraktionen f_i in $\mathbb{R}^2$, die unterschiedliche Fixpunkte haben. Benutze dabei eine stochastische Wahl der Iterationen i_1, i_2, ...!