

Übungen zur Vorlesung

## Analysis II

Sommersemester 2022

Bernold Fiedler, Alejandro López Nieto

<http://dynamics.mi.fu-berlin.de/lectures/>

Due date: Wednesday, 11.05.2022, 17:00.

Solutions in German or English, please.

**Problem 5:** Berechne

$$\int_1^2 \frac{1}{t^2} dt$$

durch Approximation des Integranden  $f(t) = 1/t^2$  durch Treppenfunktionen.

*Hinweis:* Betrachte die Partition  $1 = a_0 < a_1 < \dots < a_n = 2$ , wobei  $a_k = 2^{k/n}$ .

**Problem 6:** Zeige, dass die Abbildung

$$\|f\|_1 := \int_a^b |f(t)| dt,$$

eine Norm auf dem Raum der Regelfunktionen  $\mathcal{R}([a, b], \mathbb{R})$  definiert. Ist  $\mathcal{R}([a, b], \mathbb{R})$  mit der Norm  $\|\cdot\|_1$  ein Banachraum?

**Problem 7:** Betrachte die Regelfunktion  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ . Ist die Stammfunktion  $F(x) := \int_a^x f(t) dt$  auch eine Regelfunktion?

**Problem 8:** Sei  $f, g : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$  Regelfunktionen. Beweise oder widerlege:

- (i)  $g \circ f : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$  ist eine Regelfunktion.
- (ii) Wenn  $g$  stetig ist, dann ist  $g \circ f : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$  eine Regelfunktion.
- (iii) If  $f$  stetig ist, dann ist  $g \circ f : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$  eine Regelfunktion.

Hier bezeichnet  $\circ$  die Komposition  $(g \circ f)(x) = g(f(x))$ .