

Übungen zur Vorlesung
Analysis II
Sommersemester 2022
Bernold Fiedler, Alejandro López Nieto
<http://dynamics.mi.fu-berlin.de/lectures/>
Abgabetermin: Mittwoch, 01.06.2022, 17:00.
Bitte Lösungen auf Deutsch oder Englisch

Aufgabe 17: Sei $f : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ eine Riemann integrierbare Funktion und sei $g : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ eine stetige Funktion. Beweise oder widerlege:

- (i) $g \circ f$ ist Riemann integrierbar.
- (ii) $f \circ g$ ist Riemann integrierbar.

Aufgabe 18:

- (i) Betrachte eine stetige Funktion $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ sodass $f \geq 0$ und

$$\int_a^b f(t) \, dt = 0.$$

Zeige, dass $f(t) = 0$ für alle $t \in [a, b]$.

- (ii) Betrachte eine stetige Funktion $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ sodass für alle stetige $g : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$

$$\int_a^b f(t)g(t) \, dt = 0.$$

Zeige, dass $f(t) = 0$ für alle $t \in [a, b]$.

Aufgabe 19: Benutze eine Taylorreihe, eine Entwicklung der folgenden Quantität herzuleiten:

$$\int_0^1 t^t \, dt.$$

Aufgabe 20: Diskutiere die Konvergenz der folgenden uneigentlichen Integrale und, wenn möglich, bestimme ihren Wert

(i) $\int_e^\infty \frac{dt}{t \log t};$

(ii) $\int_0^\infty \frac{1}{t(t^2 + 1)};$

(iii) $\int_{-\infty}^0 e^t \cos t \, dt;$

(iv) $\int_0^1 \frac{dt}{\sqrt{t(1-t)}}.$

Hinweis: $t = \sin^2 \varphi$.