Übungen vom 1.11.99

1. Löse die folgende Gleichung (a(oder b)) mit trennbaren Variablen:

   a) $xt\,dt + (t+1)\,dx = 0$

   b) $\sqrt{x^2+1}\,dt = xt\,dx$

   2 Punkte

2. Löse die folgende Gleichung mit Anfangsbedingung (a) oder b)):

   a) $(t^2-1)\dot{x} + 2tx^2 = 0 \qquad x(0) = 1$

   b) $\dot{x}\,cot\,t + x = 2 \qquad x(0) = -1$

   3 Punkte

3. Konstruiere die ersten drei Näherungen der Lösungen der folgenden Gleichung (a) oder b)) mit Hilfe des Iterationsverfahrens von Picard–Lindelöf:

   a) $\dot{x} = t - x^2 \qquad x(0) = 0$

   b) $\dot{x} = x^2 + 3t^2 - 1 \qquad x(1) = 1$

   3 Punkte

4. Man leite die Taylorentwicklung (Potenzreihe) fr̈ $\sin t$ mit Hilfe des Picard–Lindelöf–Iterationsverfahrens für die Differentialgleichung

   $$\ddot{x} = -x \quad x(0) = 0 \quad \dot{x}(0) = 1$$

   her (Hinweis: Durch Einführung der neuen variablen $y = \dot{x}$ erhält man ein System erster ordnung).

   4 Punkte