Übungen vom 8.1..99

1. Löse die folgende Gleichung (a) oder b)), indem man sie durch die lineare Transformation $z = at + bx$ zu einer Gleichung mit trennbaren Variablen umwandelt:

   a) $\dot{x} = x + 2t - 3$
   b) $\dot{x} = \sqrt{4t + 2x - 1}$

   2 Punkte

2. Löse die folgende Gleichung (a) oder b)), indem man sie durch die Transformation $x = \omega t$ zu einer Gleichung mit trennbaren Variablen umwandelt:

   a) $(t + 2x)\,dt - t\,dx = 0$
   b) $(t - x)\,dt + (t + x)\,dx$

   2 Punkte

3. Auf welchem Gebiet der x, y – Ebene geht durch jeden Punkt genau eine Lösung der Gleichung
$$y' = 2xy + y^2 \quad ?$$

   3 Punkte

4. Für die parameterabhängige Differentialgleichung
$$\dot{x} = x^2 + 2\mu t^{-1} \qquad x(1) = -1$$
ist eine Näherungsformel der Form
$$x(t) = w_0(t) + \mu w_1(t) + \mu^2 w_2(t) + o(\mu^2) \cdot w(t)$$
gesucht. Man begründe kurz (kein vollständiger Beweis!), daß eine Lösung dieser Form existiert und finde die Funktionen $w_i(t)$, $i = 0, 1, 2$ durch Einsetzen und Vergleich der Koeffizienten der Potenzen von μ.

   4Punkte