Übungen vom 17.1.00

1. Sei $f\colon U(p) \to \mathbb{R}$ eine C^1–Funktion, $\dot{x} = v(x)$, $v(p) = 0$. Angenommen $f(p) = 0$, $\frac{d}{dt}f(x(t)) > 0$ auf $U \setminus \{p\}$ und es existiere eine Folge $x_n \to p$ mit $f(x_n) > 0$. Dann ist p instabil.

   2 Punkte

2. Seien $v(x) = A \cdot x$, $w(x) = B \cdot x$ lineare Vektorfelder auf $\mathbb{R}^m$. Sei h eine C^1–Äquivalenz (muß nicht die Zeit erhalten) zwischen ihnen. Dann sind die Eigenwerte von A und B proportional.

   2 Punkte

3. Gibt es ein Vektorfeld auf S^2 mit unendlich vielen Ruhelagen und alle Ruhelagen sind hyperbolisch?

   3 Punkte

4. Sei $f\colon M \to M$ eine Abbildung (nicht notwendigerweise invertierbar). Ein Punkt $p \in M$ heißt periodisch, falls es ein $n \in \mathbb{N}$ gibt mit $f^n(p) = p$. Kann es eine glatte Abbildung geben, deren Linearisierung im Fixpunkt $q = f(q)$ hyperbolisch ist und q gleichzeitig Häufungspunkt periodischer Punkte ist?

   5 Punkte